

Externe Umgebungen von Zeichenklassen in Trajekten und in Diamonds

1. In Diamonds (vgl. Kaehr 2007) definieren Heteromorphismen externe Umgebungen. In trajektischen Relationen (vgl. Toth 2025) werden sie durch Reflexion an der Trajektionsgrenze gebildet. Das führt dazu, daß externe Umgebungen in Zeichenklassen und anderen Relationen nur in speziellen Fällen koinzidieren. Der vorliegende Beitrag gibt eine Übersicht über die Verhältnisse in den zehn benseschen Zeichenklassen.

2. Die 10 benseschen Zeichenklassen

1. ZKI

$$\begin{array}{ccccccc}
 3 & \rightarrow & 1, & 2 & \rightarrow & 1 & | & 1 & \leftarrow & 2, & 1 & \leftarrow & 1 \\
 & & 1 & & & \leftarrow & & & & 1 & & & \\
 & & | & & & & & & & | & & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 1 & & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & & \\
 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 1 & \rightarrow & 1 & &
 \end{array}$$

HET

$$\begin{array}{ccccccc}
 \mathfrak{Z} & 1 & \leftarrow & 2, & 1 & \leftarrow & 1 \\
 \mathfrak{D} & 1 & \leftarrow & 2, & 1 & \leftarrow & 1
 \end{array}$$

2. ZKI

$$\begin{array}{ccccccc}
 3 & \rightarrow & 1, & 2 & \rightarrow & 1 & | & 1 & \leftarrow & 2, & 2 & \leftarrow & 1 \\
 & & 1 & & & \leftarrow & & & & 1 & & & \\
 & & | & & & & & & & | & & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 1 & & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & & \\
 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & &
 \end{array}$$

HET

$$\begin{array}{ccccccc}
 \mathfrak{Z} & 1 & \leftarrow & 2, & 2 & \leftarrow & 1 \\
 \mathfrak{D} & 1 & \leftarrow & 2, & 1 & \leftarrow & 1
 \end{array}$$

3. ZKI

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 3 & \rightarrow & 1, & 2 & \rightarrow & 1 & | & 1 & \leftarrow & 2, & 3 & \leftarrow & 1 \\
 & & 1 & & & & & & & 1 & & & \\
 & & | & & & & & & & | & & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 1 & & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & & \\
 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 1 & \rightarrow & 3 & &
 \end{array}$$

HET

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{I} \quad 1 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1 \\
 \mathfrak{D} \quad 1 \leftarrow 2, 1 \leftarrow 1
 \end{array}$$

4. ZKI

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 3 & \rightarrow & 1, & 2 & \rightarrow & 2 & | & 2 & \leftarrow & 2, & 2 & \leftarrow & 1 \\
 & & 1 & & & & & & & 1 & & & \\
 & & | & & & & & & & | & & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 2 & \leftarrow & 1 & & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & & \\
 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 2 & &
 \end{array}$$

HET

$$\begin{array}{l}
 \mathfrak{I} \quad 2 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1 \\
 \mathfrak{D} \quad 1 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1
 \end{array}$$

5. ZKI

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 3 & \rightarrow & 1, & 2 & \rightarrow & 2 & | & 2 & \leftarrow & 2, & 3 & \leftarrow & 1 \\
 & & 1 & & & & & & & 1 & & & \\
 & & | & & & & & & & | & & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 2 & \leftarrow & 1 & & & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & & & \\
 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 3 & &
 \end{array}$$

HET

$\mathfrak{I} \quad 2 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$

$\mathfrak{D} \quad 1 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1$

6. Zkl

$3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 3 \mid 3 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$

$1 \leftarrow 1$

$\mid$

$1 \leftarrow 2 \quad 3 \leftarrow 1$

$\mid \quad \mid \quad \mid \quad \mid$

$3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow 3$

HET

$\mathfrak{I} \quad 3 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$

$\mathfrak{D} \quad 1 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$

7. Zkl

$3 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 2 \mid 2 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1$

$2 \leftarrow 1$

$\mid$

$2 \leftarrow 2 \quad 2 \leftarrow 1$

$\mid \quad \mid \quad \mid \quad \mid$

$3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 2$

HET

$\mathfrak{I} \quad 2 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1$

$\mathfrak{D} \quad 2 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1$

8. Zkl

$3 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 2 \mid 2 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$

$$\begin{array}{ccccccc}
& 2 & & \leftarrow & & 1 & \\
& | & & & & | & \\
& 2 & \leftarrow & 2 & & 2 & \leftarrow & 1 \\
& | & & | & & | & & | \\
3 & \rightarrow & 2 & \circ & 2 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow & 3
\end{array}$$

HET

$$\mathfrak{I} \quad 2 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$$

$$\mathfrak{D} \quad 2 \leftarrow 2, 2 \leftarrow 1$$

9. Zkl

$$\begin{array}{ccccccc}
3 & \rightarrow & 2, & 2 & \rightarrow & 3 & | & 3 & \leftarrow & 2, & 3 & \leftarrow & 1 \\
& & 2 & & & & \leftarrow & & & 1 & & & \\
& & | & & & & & & & | & & & \\
& & 2 & \leftarrow & 2 & & 3 & \leftarrow & 1 & & & & \\
& & | & & | & & | & & | & & & & \\
3 & \rightarrow & 2 & \circ & 2 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 3
\end{array}$$

HET

$$\mathfrak{I} \quad 3 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$$

$$\mathfrak{D} \quad 2 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 1$$

10. Zkl

$$\begin{array}{ccccccc}
3 & \rightarrow & 3, & 2 & \rightarrow & 3 & | & 3 & \leftarrow & 2, & 3 & \leftarrow & 1 \\
& & 3 & & & & \leftarrow & & & 1 & & & \\
& & | & & & & & & & | & & & \\
& & 3 & \leftarrow & 2 & & 3 & \leftarrow & 1 & & & & \\
& & | & & | & & | & & | & & & & \\
3 & \rightarrow & 3 & \circ & 2 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow & 3
\end{array}$$

HET

$\mathfrak{Z} \quad 3 \quad \leftarrow \quad 2, \quad 3 \quad \leftarrow \quad 1$

$\mathfrak{D} \quad 3 \quad \leftarrow \quad 2, \quad 3 \quad \leftarrow \quad 1$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Toth, Alfred, Kleine Theorie trajektischer Abbildungen. In: Electronic Journal
for Mathematical Semiotics, 2025

6.9.2025